

铅冷快堆蒸汽发生器传热管破裂事故下 射流界面不稳定性研究

缪凡¹, 张斌^{1,2}, 曹胜¹, 周昊昊¹, 单建强^{1,2}

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安;

2. 西安交通大学绿色氢电全国重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对铅冷快堆蒸汽发生器传热管破裂(SGTR)事故下,冷却剂-冷却剂相互作用过程中,水-水蒸气-铅/铅铋三相射流的破碎现象,开展了三相系统开尔文-亥姆霍兹不稳定性研究。基于柱坐标系下的三相射流物理模型,对界面微扰进行了线性稳定性分析,推导了系统的无量纲色散方程,并研究了半径比、韦伯数、密度比、速度比等无量纲量对射流破碎行为的影响。研究表明:在满足厚蒸汽膜近似时,内外侧界面耦合效应减弱,三相不稳定性发生分离,此时,内侧水-水蒸气界面主导为射流破碎行为;在韦伯数低于 0.1 的条件下,射流长度随韦伯数的增加而增加,液滴直径基本不变;在韦伯数高于 10 的条件下,两者均随韦伯数的增加而减小;当密度比增加时,射流长度随之增加而液滴直径基本不变;当速度比增加时,射流长度和液滴直径均先随之增加后减小。模型对最不稳定波长的预测与实验符合较好。该研究结果为 SGTR 事故中射流破碎行为的机理分析及后续安全评估提供了理论基础。

关键词: 铅冷快堆;蒸汽发生器传热管破裂事故;冷却剂-冷却剂相互作用;开尔文-亥姆霍兹不稳定性

中图分类号: O358 文献标志码: A

DOI: 10.7652/xjtuxb202606020 文章编号: 0253-987X(2026)06-0234-11

Study of Jet Interface Instability During Steam Generator Tube Rupture Accidents in Lead-Cooled Fast Reactors

MIAO Fan¹, ZHANG Bin^{1,2}, CAO Sheng¹, ZHOU Haohao¹, SHAN Jianqiang^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To investigate the breakup behavior of water-steam-lead/LBE three-phase jets that occur during coolant-coolant interaction in a steam generator tube rupture (SGTR) accident of a lead-cooled fast reactor, a study was carried out on Kelvin-Helmholtz instability of the three-phase system. Based on a physical model for three-phase jets in cylindrical coordinates, a linear stability analysis on interface perturbations was performed, and a dimensionless dispersion equation for the system was derived. Moreover, the influences of dimensionless parameters, including radius ratio, Weber number, density ratio, and velocity ratio, on the breakup behavior of jets were explored. The study results showed that, under the thick-vapor-film approximation,

收稿日期: 2025-11-11。 作者简介: 缪凡(1997—),男,博士生;张斌(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(12375176)。

网络出版时间: 2026-02-10

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.T.20260210.1133.002>

coupling between the inner and outer interfaces was weakened and the three-phase instability became decoupled. In this case, the breakup behavior of jets is dominated by the inner water-steam interface. For Weber numbers below 0.1, the jet length increased with increasing Weber number while the droplet diameter remained essentially unchanged. For Weber numbers above 10, both jet length and droplet diameter decreased with increasing Weber number. As the density ratio increased, the jet length increased while the droplet diameter remained nearly constant. With increasing velocity ratio, both jet length and droplet diameter increased initially and then decreased. The model's predictions for the most unstable wavelength showed good agreement with experimental data. The study results are expected to provide a theoretical basis for mechanistic analysis of breakup behavior of jets and for subsequent safety assessment during SGTR accidents.

Keywords: lead-cooled fast reactor; steam generator tube rupture accident; coolant-coolant interaction; Kelvin-Helmholtz instability

铅冷快堆具有良好的可持续性、经济性、安全性和可靠性,是第4代核能系统国际论坛(GIF)发展的6种技术路线之一^[1]。铅冷快堆中,蒸汽发生器直接安装在反应堆容器内,一次侧为高温液态铅/铅铋冷却剂,二次侧一般为高压水。在较高的热、机械负荷,以及铅/铅铋的腐蚀作用下,较薄的传热管壁有破损的风险,引发蒸汽发生器传热管破裂(SGTR)事故。传热管破裂后,高压水进入高温铅/铅铋中,发生剧烈的冷却剂-冷却剂相互作用。而水在压力作用下进入铅/铅铋,并同时发生相变,形成被蒸汽膜包裹的射流。随后,射流破碎为大量被蒸汽膜包裹的小液滴,形成铅/铅铋-水混合物。混合物的形成极大地增加了水与铅/铅铋的接触面积,而这可能导致剧烈爆炸的发生。SGTR事故可能因压力波动或机械冲击破坏堆内构件的完整性,或者使水蒸气进入堆芯从而引入正反应性,对反应堆的安全性具有不利影响^[2]。该事故也被GIF定为过去10年间的关键研究目标之一^[3]。

国内外研究者已针对铅冷快堆SGTR事故开展了一些实验和数值模拟研究。由于铅铋对可见光不透明,研究者们采用了不同的手段来研究铅/铅铋和水的相互作用机理。Sibamoto等^[4-5]借助中子成像技术以及双功能探头,观察和测量了水射流在高温铅铋中的穿透行为,并分析了射流穿透和沸腾行为的影响因素。陈松徽等^[6]使用透明流体进行了类比实验,通过将水或乙醇注入氟化液中,类比水注入铅铋中,分析了射流沸腾、注入速率对射流深度的影响,并总结了无量纲最大注入深度与密度弗劳德数的半经验关系式。Chen等^[7]使用气体和水进行了相似性实验,研究了在向下流动的液体中,气泡的迁

移速度、滑移速度和阻力系数的规律。在一些更大型的实验装置上,研究者们对SGTR事故的宏观效应进行了研究。Pesetti等^[8-10]在LIFUS5/Mod2实验装置上进行了一系列水-铅铋相互作用的实验,获取了详细可靠的实验数据,提升了对相关物理现象的认知,也使用SIMMER-III程序进行了模拟和评估。Yu等^[11]在LEST实验装置上进行了铅铋-水-水蒸气三相瞬态实验,并评估了初始压力峰值、压力上升、蒸汽腔迁移对事故后果的影响。对SGTR事故现象的模拟主要使用SIMMER程序和CFD软件,以及其它自主开发的软件。Wang等^[12]使用SIMMER-III程序模拟了加速器驱动嬗变装置中的SGTR事故,评估了气泡进入堆芯引入正反应性的可能性。张朝东^[13]使用FDS团队开发的NTC程序^[14]对SGTR事故中蒸汽迁移、压力波动、压力瞬变等现象进行了模拟和分析,并评估了事故条件对其演化进程的影响。Yuan等^[15]、刘莉等^[16]使用CFD程序模拟了不同条件下,高压过冷水注入高温铅铋中的过程,并分析了射流行为的影响因素。刘达霖等^[17]使用CFD程序对SGTR事故典型工况进行了模拟,并评估了铅铋凝固的可能性。罗皓天等^[18]使用CFD程序模拟了水蒸气注入高温铅铋中的射流过程,分析了气泡的迁移行为并优化了现有的曳力系数模型。辜峙钊^[19-20]等开发和验证了二维及三维的铅铋快堆SGTR事故程序。各种理论模型也被应用于SGTR事故现象的分析中。Iskhakov等^[21]将多相热爆轰模型应用于铅冷快堆SGTR事故,计算和分析了俄罗斯BREST反应堆在SGTR事故中的爆轰速度和压力。Yakush等^[22]通过建立单液滴-铅相互作用模型,分析了SGTR事

故中压力波的产生机理及其对结构的影响。Finoshkina 等^[23-24]对 SGTR 事故中,水射流的破碎过程进行了理论研究,分析了蒸汽膜厚度、射流速度、射流直径等对射流破碎行为的影响,同时评估了蒸汽爆炸的可能性。

综上所述,铅冷快堆 SGTR 事故的研究已取得一些成果,但相关理论尚不完备,仍需进一步发展。在射流形成至破碎的过程中,水-水蒸气界面和水蒸气-铅/铅铋界面两侧具有较大的速度差,因此存在开尔文-亥姆霍兹(K-H)不稳定性。该界面不稳定性的进一步发展将导致界面发生破碎,并决定破碎后形成的液滴尺寸。对射流界面上 K-H 不稳定性问题的研究有助于确定铅/铅铋-水混合物的相界面密度,并为后续的 SGTR 事故分析提供支撑。本文将建立模型对铅冷快堆 SGTR 事故中,射流界面上的微扰进行线性分析,推导其色散方程,分析无量纲量对射流破碎行为的影响,并通过实验对该模型进行验证。

1 理论模型

1.1 模型假设

为研究铅冷快堆 SGTR 事故中,水-水蒸气-铅/铅铋界面上的 K-H 不稳定性问题,考虑如下的稳态射流。假设水进入无限大的铅/铅铋中,并形成圆柱形射流和圆环柱形蒸汽膜,建立如图 1 所示的圆柱坐标系 (r, z) 。使用下标 1、2、3 分别指代水、水蒸气、铅/铅铋 3 种介质。水、水蒸气、铅/铅铋的密度分别为 ρ_1, ρ_2, ρ_3 , 轴向速度分别为 U_1, U_2, U_3 , 不存在径向速度。水-水蒸气界面、水蒸气-铅/铅铋界面的半径分别为 a, b ; 表面张力系数分别为 σ_{12}, σ_{23} 。假设 3 种流体均为理想流体,且流动为势流。由于过程极短,不考虑过程中重力和换热的影响。在流场中存在微小的扰动:速度的微扰向量为 $\mathbf{v} = (v, u)$, v 为径向速度微扰, u 为轴向速度微扰;速度势函数的微扰为 ϕ ;压力的微扰为 p ;水-水蒸气界面位置微扰为 η ;水蒸气-铅/铅铋界面位置微扰为 ξ 。各微扰表达式分别为

$$\begin{cases} \phi = f e^{ikz - i\omega t} \\ \eta = \eta_0 e^{ikz - i\omega t} \\ \xi = \xi_0 e^{ikz - i\omega t} \end{cases} \quad (1)$$

式中: f, η_0, ξ_0 为各微扰的初始振幅,且 f 为 r 的函数;实数 k 为微扰的波数;复数 ω 为微扰的复频率;其实部 $\text{Re } \omega$ 代表微扰的频率,虚部 $\text{Im } \omega$ 代表微扰的增长率。

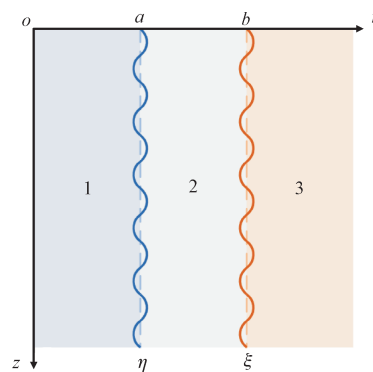


图 1 水-水蒸气-铅/铅铋射流示意图

Fig. 1 Schematic of water-vapor-lead/LBE jet

1.2 控制方程和边界条件

由于流动不可压且无黏,速度和压力的微扰满足如下的连续方程和欧拉方程

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + U \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right) = -\nabla p \quad (3)$$

式中: ρ 为密度; U 为轴向速度。

在 2 个界面处,径向速度微扰应当等于界面位置微扰的物质导数,即

$$\begin{cases} r = a; v_j = \frac{\partial \eta}{\partial t} + U_j \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ r = b; v_l = \frac{\partial \xi}{\partial t} + U_l \frac{\partial \xi}{\partial z} \end{cases} \quad (4)$$

式中: j 取 1、2, 分别代表水、水蒸气区域; l 取 2、3, 分别代表水蒸气、铅/铅铋区域。

在 2 个界面处,压力微扰应当与界面位置微扰引起的表面张力变化相平衡,即

$$\begin{cases} r = a; p_1 - p_2 = -\sigma_{12} \left(\frac{\eta}{a^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) \\ r = b; p_2 - p_3 = -\sigma_{23} \left(\frac{\xi}{b^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (5)$$

此外,在中心轴以及无穷远处,速度和压力的微扰应当有界。

1.3 速度分布

由于 3 种流体的流动为势流,其表达式为

$$\mathbf{v} = \nabla \phi \quad (6)$$

将其带入式(2)并整理,可以得到

$$r^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + r \frac{\partial f}{\partial r} - k^2 r^2 f = 0 \quad (7)$$

式(7)为 f 关于 kr 的 0 阶修正贝塞尔方程,其解具有如下形式

$$f = A I_0(kr) + B K_0(kr) \quad (8)$$

式中: A, B 为待定系数; I_0, K_0 为 0 阶第一类和第二

类修正贝塞尔函数。将式(8)代入式(4),并结合有界条件,可以解出待定系数,得到水、水蒸气、铅/铅铋3个区域中的速度势函数为

$$\begin{cases} \phi_1 = \frac{W_1}{k} \frac{I_0(kr)}{I_1(ka)} \eta_0 e^{ikz-i\omega t} \\ \phi_2 = -\frac{W_2}{k} [X_{12}(kr) \eta_0 - X_{23}(kr) \xi_0] e^{ikz-i\omega t} \\ \phi_3 = -\frac{W_3}{k} \frac{K_0(kr)}{K_1(kb)} \xi_0 e^{ikz-i\omega t} \end{cases} \quad (9)$$

式中: I_1 、 K_1 为1阶第一类和第二类修正贝塞尔函数;系数 W_1 、 W_2 、 W_3 的表达式为

$$W_i = -i\omega + ikU_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

系数 $X_{12}(kr)$ 、 $X_{23}(kr)$ 的表达式分别为

$$\begin{cases} X_{12}(kr) = \frac{I_1(kb)K_0(kr) + I_0(kr)K_1(kb)}{I_1(kb)K_1(ka) - I_1(ka)K_1(kb)} \\ X_{23}(kr) = \frac{I_1(ka)K_0(kr) + I_0(kr)K_1(ka)}{I_1(kb)K_1(ka) - I_1(ka)K_1(kb)} \end{cases} \quad (11)$$

1.4 压力分布

将势流条件式(6)代入式(3),整理后可以得到

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + U \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (12)$$

将式(9)代入式(12),可以得到水、水蒸气、铅/铅铋3个区域中的压力表达式为

$$\begin{cases} p_1 = Z_1 \frac{I_0(kr)}{I_1(ka)} \eta_0 e^{ikz-i\omega t} \\ p_2 = -Z_2 [X_{12}(kr) \eta_0 - X_{23}(kr) \xi_0] e^{ikz-i\omega t} \\ p_3 = -Z_3 \frac{K_0(kr)}{K_1(kb)} \xi_0 e^{ikz-i\omega t} \end{cases} \quad (13)$$

式中:系数 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 的表达式为

$$Z_i = -\frac{\rho_i W_i^2}{k}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (14)$$

1.5 色散方程

将式(13)代入式(5),可以将其整理为关于 η_0 、 ξ_0 的线性方程组表达式为

$$\begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_0 \\ \xi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中:系数 E_{11} 、 E_{12} 、 E_{21} 、 E_{22} 的表达式分别为

$$\begin{cases} E_{11} = Z_1 I_{01}(ka) + Z_2 X_{12}(ka) + S_{12} \\ E_{12} = -Z_2 X_{23}(ka) \\ E_{21} = -Z_2 X_{12}(kb) \\ E_{22} = Z_3 K_{01}(kb) + Z_2 X_{23}(kb) + S_{23} \end{cases} \quad (16)$$

其中,系数 $I_{01}(ka)$ 、 $K_{01}(kb)$ 、 S_{12} 、 S_{23} 的表达式分别为

$$\begin{cases} I_{01}(kr) = \frac{I_0(kr)}{I_1(kr)} \\ K_{01}(kr) = \frac{K_0(kr)}{K_1(kr)} \\ S_{12} = \sigma_{12}(a^{-2} - k^2) \\ S_{23} = \sigma_{23}(b^{-2} - k^2) \end{cases} \quad (17)$$

显然,该方程组存在平凡解,即 $\eta_0 = 0$ 、 $\xi_0 = 0$,其对应的是射流中不存在任何扰动,这与模型的分析目标相悖。要使得方程组存在非平凡解,则系数矩阵的行列式必须为0,即

$$\begin{aligned} & [Z_1 I_{01}(ka) + Z_2 X_{12}(ka) + S_{12}] \cdot \\ & [Z_3 K_{01}(kb) + Z_2 X_{23}(kb) + S_{23}] - \\ & Z_2^2 X_{12}(kb) X_{23}(ka) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)即为微扰的色散方程,用于描述在一定射流参数下,微扰的波数 k 与复频率 ω 的关系。当增长率为负时,微扰振幅随时间指数的衰减而消失;当增长率为零时,微扰振幅保持小量不变;当增长率为正时,微扰振幅将在有限时间内指数增长至与射流直径相当的数量级,进而破坏界面的完整性。在满足色散方程的所有微扰中,具有最大增长率 $\text{Im } \omega_{\max}$ 的微扰对射流界面的不稳定破碎起决定性作用,其对应的最不稳定波数记为 $k_{\max}$ 。界面破碎的特征时间 τ 和射流长度 L 根据最大增长率估算^[25],其表达式为

$$\tau = \frac{1}{\text{Im } \omega_{\max}} \quad (19)$$

$$L = U_1 \tau \quad (20)$$

根据最不稳定波数估算^[26]界面破碎形成液滴直径 D 的表达式为

$$D = \frac{\pi}{k_{\max}} \quad (21)$$

1.6 无量纲色散方程

为将色散方程(18)转化为无量纲形式,首先对其进行简化。考虑一个新坐标系以任意速度相对于原坐标系运动的情形。在新坐标系中,微扰的波长和振幅与原坐标系相同,而波速、频率则相应变化。因此,微扰的波数和增长率与坐标系的选取无关,改变坐标系不影响不稳定性分析的结果。适当地选取坐标系,可以使 $U_2 = 0$,即

$$\begin{aligned} & \left[I_{01}(ka) \frac{\rho_1}{k} (\omega - kU_1)^2 + X_{12}(ka) \frac{\rho_2}{k} \omega^2 + S_{12} \right] \cdot \\ & \left[K_{01}(kb) \frac{\rho_3}{k} (\omega - kU_3)^2 + X_{23}(kb) \frac{\rho_2}{k} \omega^2 + S_{23} \right] - \\ & X_{12}(kb) X_{23}(ka) \frac{\rho_2^2}{k^2} \omega^4 = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

应用模型时,一般认为水蒸气速度介于水、

铅/铅铋速度之间,因此在新坐标系中 $U_3 < 0 < U_1$ 。整理式(22),可以得到色散方程无量纲形式的表达式为

$$\begin{aligned} & [I_{01}(k_a^*)\rho_1^* (\beta_{12} - k_a^* \sqrt{We_{12}})^2 + \\ & X_{12}(k_a^*)\beta_{12}^2 + k_a^* (1 - k_a^{*2})] \cdot \\ & [K_{01}(k_b^*)\rho_3^* (\beta_{23} + k_b^* \sqrt{We_{23}})^2 + \\ & X_{23}(k_b^*)\beta_{23}^2 + k_b^* (1 - k_b^{*2})] - \\ & X_{12}(k_b^*)X_{23}(k_a^*)\beta_{12}^2\beta_{23}^2 = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

式中: k_a^* 、 k_b^* 为无量纲波数; β_{12} 、 β_{23} 为无量纲复频率; We_{12} 、 We_{23} 为韦伯数; ρ_1^* 、 ρ_3^* 为密度比。上述变量的表达式分别为

$$\begin{cases} k_a^* = ka; k_b^* = kb \\ \beta_{12} = \omega \sqrt{\frac{\rho_2 a^3}{\sigma_{12}}}; \beta_{23} = \omega \sqrt{\frac{\rho_2 b^3}{\sigma_{23}}} \\ We_{12} = \frac{\rho_2 U_1^2 a}{\sigma_{12}}; We_{23} = \frac{\rho_2 U_3^2 b}{\sigma_{23}} \\ \rho_1^* = \frac{\rho_1}{\rho_2}; \rho_3^* = \frac{\rho_3}{\rho_2} \end{cases} \quad (24)$$

如果在原坐标系中,铅/铅铋静止,且水蒸气速度取水、铅/铅铋速度的平均值,则基于原坐标系的无量纲射流长度 L/a 的表达式为

$$L/a = \frac{2\sqrt{We_{12}}}{\text{Im} \beta_{12, \max}} \quad (25)$$

无量纲液滴直径 D/a 的表达式为

$$D/a = \frac{\pi}{k_{a, \max}^*} \quad (26)$$

式中: $\beta_{12, \max}$ 、 $k_{a, \max}^*$ 分别为最大增长率对应的无量纲频率和无量纲波数。

2 模型分析

2.1 半径比

无量纲形式的色散方程(23)中,无量纲波数之间、无量纲复频率之间分别具有固定的比例关系,这些比例关系受无量纲量表面张力比 σ^* 和半径比 c 的影响,其表达式分别为

$$\begin{cases} \sigma^* = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{23}} \\ c = \frac{b}{a} \end{cases} \quad (27)$$

因此,实际影响 K-H 不稳定性的无量纲量为 We_{12} 、 We_{23} 、 ρ_1^* 、 ρ_3^* 、 σ^* 、 c 。其中,半径比只与 2 个界面的半径相关,而与具体的流体参数无关。不难看出,当 $c \rightarrow \infty$ 时,有

$$\begin{cases} X_{12}(k_a^*) \rightarrow K_{01}(k_a^*) \\ X_{12}(k_b^*) \rightarrow 0 \\ X_{23}(k_a^*) \rightarrow 0 \\ X_{23}(k_b^*) \rightarrow I_{01}(k_b^*) \end{cases} \quad (28)$$

此时色散方程变为

$$\begin{aligned} & [I_{01}(k_a^*)\rho_1^* (\beta_{12} - k_a^* \sqrt{We_{12}})^2 + \\ & K_{01}(k_a^*)\beta_{12}^2 + k_a^* (1 - k_a^{*2})] \cdot \\ & [K_{01}(k_b^*)\rho_3^* (\beta_{23} + k_b^* \sqrt{We_{23}})^2 + \\ & I_{01}(k_b^*)\beta_{23}^2 + k_b^* (1 - k_b^{*2})] = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

当蒸汽膜足够厚时,水-水蒸气和水蒸气-铅/铅铋两个界面之间的相互影响消失,水-水蒸气-铅/铅铋三相的不稳定性问题分离为 2 个独立的两相不稳定性问题。2 个界面中,具有较大最大增长率的一方将决定整体的破碎行为。对应地,当 $c \rightarrow 1$ 时,有

$$\begin{cases} X_{12}(k_a^*) \rightarrow \infty \\ X_{12}(k_b^*) \rightarrow \infty \\ X_{23}(k_a^*) \rightarrow \infty \\ X_{23}(k_b^*) \rightarrow \infty \end{cases} \quad (30)$$

由于上述 4 项渐进等价,因此色散方程可变为

$$\begin{aligned} & I_{01}(k_a^*) (\beta_{12} - k_a^* \sqrt{We_{12}})^2 + \\ & K_{01}(k_a^*) (\beta_{23} + k_a^* \sqrt{We_{23}})^2 + \\ & k_a^* (1 - k_a^{*2}) = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

式中: 无量纲复频率 β_{12} 、 β_{23} , 韦伯数 We_{12} 、 We_{23} 的表达式分别为

$$\begin{cases} \beta_{12} = \omega \sqrt{\frac{\rho_1 a^3}{\sigma_{12} + \sigma_{23}}} \\ \beta_{23} = \omega \sqrt{\frac{\rho_3 a^3}{\sigma_{12} + \sigma_{23}}} \\ We_{12} = \frac{\rho_1 U_1^2 a}{\sigma_{12} + \sigma_{23}} \\ We_{23} = \frac{\rho_3 U_3^2 a}{\sigma_{12} + \sigma_{23}} \end{cases} \quad (32)$$

当蒸汽膜足够薄时,水蒸气本身对不稳定性的影响消失,水-水蒸气-铅/铅铋三相的不稳定性问题等价于水-铅/铅铋直接接触的两相不稳定性问题,并且在界面处具有等效的表面张力系数 $\sigma_{12} + \sigma_{23}$ 。但 Sibamoto 等^[4-5]、陈松徽等^[6]的实验,以及 Yuan 等^[15]、刘莉等^[16]的模拟结果表明:当射流中存在相变时,其蒸汽膜通常较厚,因此实际问题一般不适用 $c \rightarrow 1$ 时的薄蒸汽膜近似。

下面分析半径比对厚蒸汽膜近似中,三相不稳定性分离的影响。在如表 1 所示的计算参数范围中选取射流参数,计算三相以及内外侧界面 2 个两相不稳定性问题,并定义相对值 R_ω 和 R_k 来衡量它们

的相对大小关系,其表达式分别为

$$\begin{cases} R_w = \frac{\omega_3 - \omega_{2a}}{\omega_{2b} - \omega_{2a}} \\ R_k = \frac{k_3 - k_{2a}}{k_{2b} - k_{2a}} \end{cases} \quad (33)$$

式中: ω_3 、 ω_{2a} 、 ω_{2b} 分别代表三相、内侧两相、外侧两相不稳定性问题的最大增长率; k_3 、 k_{2a} 、 k_{2b} 分别代表对应的最不稳定性波数。当相对值接近于 0, 则意味着三相不稳定性计算结果更接近水-水蒸气两相不稳定性的结果; 当相对值接近于 1, 则意味着其更接近水蒸气-铅/铅铋两相不稳定性的结果。

表 1 用于半径比分析的计算参数范围

Table 1 Computational parameters range for radius ratio analysis

参数	最小值	最大值
铅铋温度/K	500	900
饱和水、水蒸气压力/MPa	0.1	20.0
射流速度/(m·s ⁻¹)	1	40
射流直径/mm	1	20
半径比	1.01	1 001.00

以半径比为横轴、式(33)定义的相对值为纵轴, 将所有 8 812 800 个工况的分布范围绘制于图 2 中。

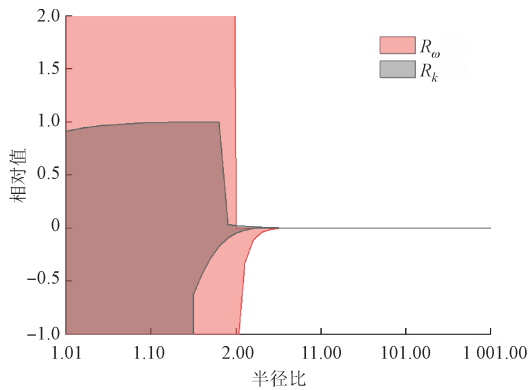


图 2 相对值随半径比变化分布范围

Fig. 2 Range of relative value with radius ratio

由图 2 可知, 随着半径比的增加, 相对值的分布范围集中在 0 附近, 这表明此时系统的破碎行为由内侧的水-水蒸气界面决定。若以三相不稳定性的结果作为基准, 计算水-水蒸气两相不稳定性结果的最大相对误差 ϵ_w 和 ϵ_k , 则其表达式分别为

$$\begin{cases} \epsilon_w = \max \left| \frac{\omega_{2a} - \omega_3}{\omega_3} \right| \\ \epsilon_k = \max \left| \frac{k_{2a} - k_3}{k_3} \right| \end{cases} \quad (34)$$

图 3 为最大相对误差随半径比的变化趋势。由图可知, 当半径比 $c \geq 3.75$ 时, 尽管此时半径比尚未满足

数学意义上的无穷条件, 但由于水蒸气对扰动的传播能力较弱, 三相不稳定性已表现出实际的分离行为, 此时, 使用厚蒸汽膜近似引入的误差不超过 0.5%。用 2 种方法计算所有参数范围的耗时如图 4 所示。由此可知, 当半径比大于 3.75 时, 使用水-水蒸气两相不稳定性代替水-水蒸气-铅/铅铋三相不稳定性, 可以在不引入显著误差的同时, 极大地提高计算效率。

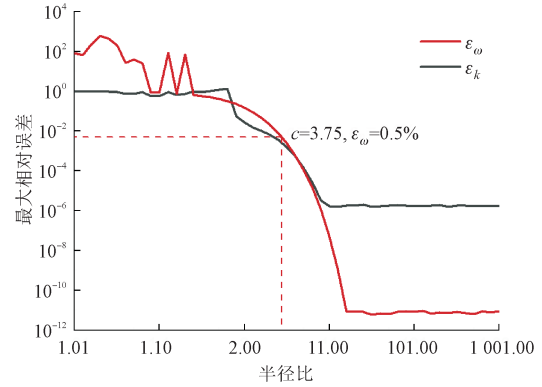


图 3 最大相对误差随半径比变化趋势

Fig. 3 Variation of maximum relative error with radius ratio

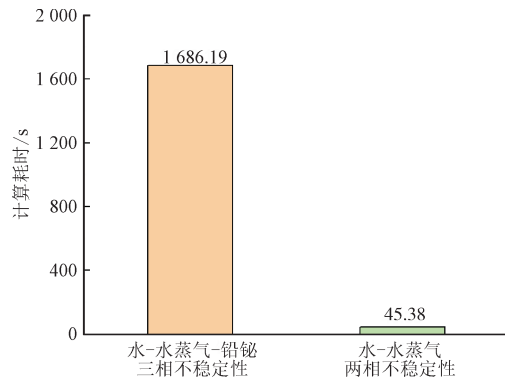


图 4 三相和两相不稳定性计算耗时

Fig. 4 Computation time of three-phase and two-phase instability

2.2 韦伯数和密度比

根据小节 2.1 的分析, 当满足分离条件 ($c \geq 3.75$) 时, 射流的破碎行为由内侧的水-水蒸气界面决定。由分离的色散方程(29)可知, 此时影响该界面不稳定性的无量纲数为韦伯数 We_{12} 和密度比 ρ_i^* 。无量纲射流长度 L/a 和无量纲液滴直径 D/a 关于韦伯数和密度比的关系见图 5 和图 6, 其中虚线表示小节 2.1 中的参数范围。

由图可知, 在参数范围内, 当韦伯数 $We_{12} \leq 10^{-1}$ 时, 界面不稳定性由表面张力主导, 扰动的无量纲最大增长率 $\text{Im} \beta_{12, \max}$ 和无量纲最不稳定性波数 $k_{a, \max}^*$ 不随韦伯数变化。因此, 无量纲射流长度随韦伯数的增加而增加, 无量纲液滴直径则不随韦伯数变化。当韦

伯数 $We_{12} > 10$ 时,界面不稳定性由惯性力主导。此时,无量纲最大增长率和无量纲最不稳定性波数都随韦伯数的增加而增加,并且无量纲最大增长率的增长速度超过了韦伯数的算数平方根 $\sqrt{We_{12}}$ 。因此,无量纲射流长度和无量纲液滴直径都随韦伯数的增加而减小。在这 2 个区间内无量纲射流长度和无量纲液滴直径都与韦伯数存在幂律关系。

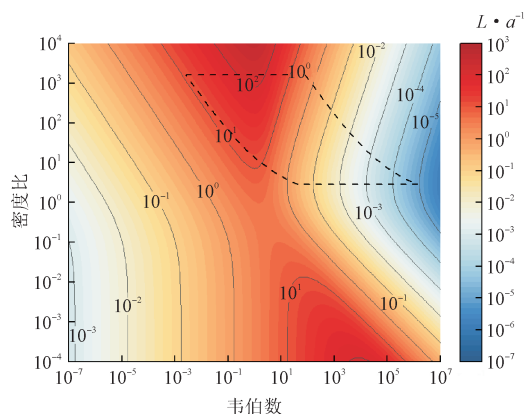


图 5 无量纲射流长度随韦伯数和密度比变化云图
Fig. 5 Contour plot of dimensionless jet length with Weber number and density ratio

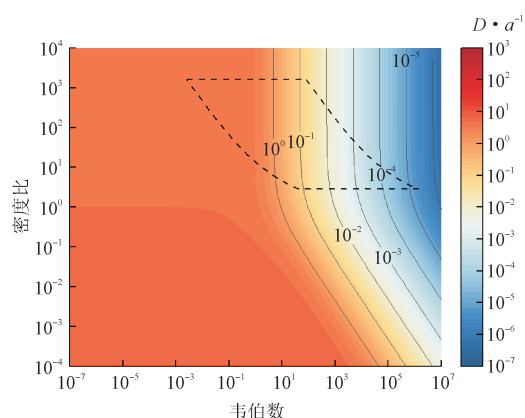


图 6 无量纲液滴直径随韦伯数和密度比变化云图
Fig. 6 Contour plot of dimensionless droplet diameter with Weber number and density ratio

在工况范围内,无量纲最大增长率随密度比的增加而减小,而无量纲最不稳定性波数则基本不随密度比变化。因此无量纲射流长度随密度比的增加而增加,而无量纲液滴直径则与密度比基本无关。

2.3 速度比

上述的计算和分析均基于水蒸气速度等于水和铅/铅铋速度的平均值这一假设,但实际情况可能因压力梯度、相变或其他原因偏离该假设。下面分析水蒸气速度的选取对无量纲射流长度和无量纲液滴直径的影响。定义速度比 s 表达式为

$$s = \frac{-U_3}{U_1} \quad (35)$$

此处的速度 U_1 、 U_3 均基于小节 1.6 中水蒸气的新坐标系,并通过加入负号以使速度比为正值。如果依据旧假设,在原坐标系中铅/铅铋静止,则无量纲射流长度表达式为

$$L/a = (1+s) \frac{\sqrt{We_{12}}}{\text{Im} \beta_{12, \max}} \quad (36)$$

式(25)即为式(36)在 $s=1$ 时的特例。

在如表 2 所示的计算参数下,计算不同速度比下,三相以及 2 个两相不稳定性问题,其对比结果如图 7 至图 10 所示。

表 2 用于速度比分析的计算参数

Table 2 Computational parameters for velocity ratio analysis

参数	数值
铅铋温度/K	700
饱和水、水蒸气压力/MPa	1.0
射流速度/(m · s ⁻¹)	20
射流直径/mm	5
半径比	1.01, 4.00

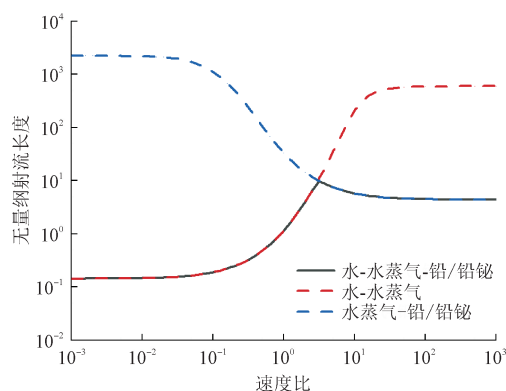


图 7 分离时无量纲射流长度随速度比变化趋势
Fig. 7 Variation of dimensionless jet length with velocity ratio at separation

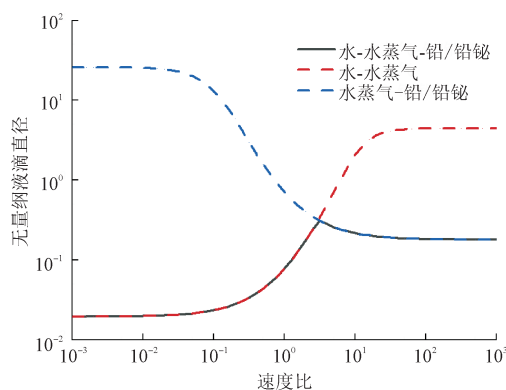


图 8 分离时无量纲液滴直径随速度比变化趋势
Fig. 8 Variation of dimensionless droplet diameter with velocity ratio at separation

当三相不稳定性发生分离($c=4$)时,如图 7 和图 8 所示,射流破碎行为由 2 个界面中具有较大最大增长率的一方决定。随着速度比的增加,水-水蒸气界面的最大增长率减小,而水蒸气-铅/铅铋界面的最大增长率增加。因此,三相不稳定性在 $s>1$ 的某个转折点,由水-水蒸气界面主导转变为水蒸气-铅/铅铋界面主导。与之对应地,在转折点之前,无量纲射流长度和无量纲射流直径随速度比的增加而增加,而在转折点之后则随着速度比的增加而减小。

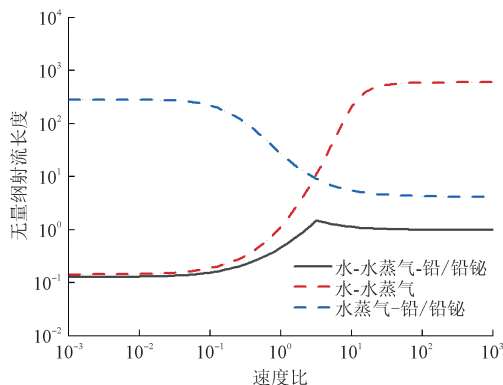


图 9 未分离时无量纲射流长度随速度比变化趋势

Fig. 9 Variation of dimensionless jet length with velocity ratio without separation

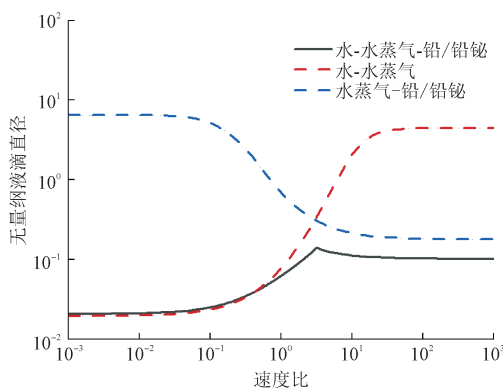


图 10 未分离时无量纲射流直径随速度比变化趋势

Fig. 10 Variation of dimensionless droplet diameter with velocity ratio without separation

而当三相不稳定性未发生分离($c=1.01$)时,如图 9 和图 10 所示。尽管此时的射流行为并不由水-水蒸气界面或水蒸气-铅/铅铋界面单一地决定,但却依旧表现出了与发生分离时相同的趋势。即在速度比较低时,水-水蒸气界面发挥了更大的影响,此时无量纲射流长度和无量纲射流直径随速度比的增加而增加;而在 $s>1$ 的某个转折点之后,水蒸气-铅/铅铋界面成为主要影响因素,此时无量纲射流长度和无量

纲射流直径随速度比的增加而减小。

因此,无论三相不稳定性是否发生分离,无量纲射流长度和无量纲射流直径总是随着速度比的增大而先增大后减小,且转折点为 $s>1$ 。在 $s=1$ 附近,假设水蒸气速度等于水和铅/铅铋速度的平均值,如果该假设高估了水蒸气的实际速度,例如未考虑射流头部水蒸气反冲的影响,则相应的计算结果也被高估;反之,如果该假设低估了水蒸气的实际速度,例如未考虑水蒸气的初始动量,则相应的计算结果也被低估。

3 模型验证

3.1 过冷水注入高温铅铋可视化实验

对 K-H 不稳定性模型的验证选取了 Sibamoto 等^[4]的过冷水注入高温铅铋可视化实验。为研究水射流进入高温铅铋中的行为,实验使用了如图 11 所示的装置,并通过中子成像技术获取了水在铅铋中的分布图像。实验装置的主体是一个扁平的不锈钢容器,底部为半圆形,上部开口,其中装有一定量的高温铅铋。处于室温的水在压缩空气的驱动下通过一个直径为 6 mm 的喷嘴从上方流出,随后进入铅铋,形成射流。实验根据中子图像获取了射流的穿透深度、穿透速度、空腔体积等数据并加以分析。一共进行了 6 次实验,其中编号为 3、4、5 的工况捕捉到了清晰明确的波动状射流边缘。这 3 个工况的条件和结果如表 3 所示。

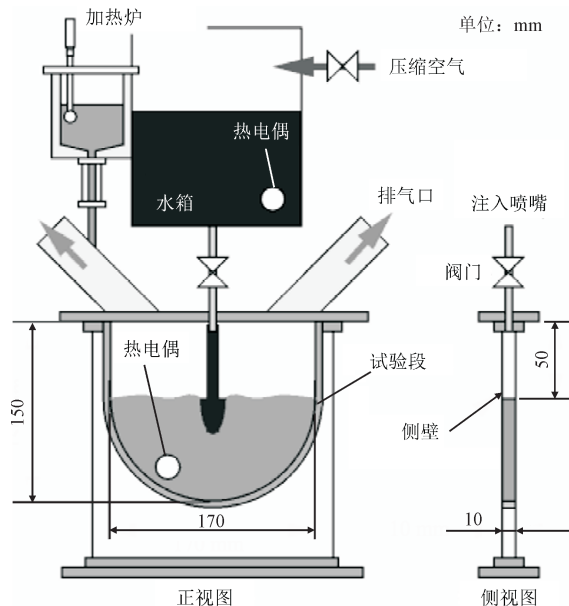


图 11 实验装置示意图^[4]

Fig. 11 Schematic of the experimental apparatus^[4]

表 3 文献[4]实验条件和结果

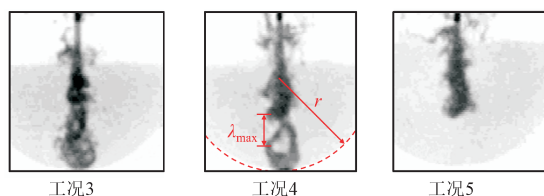
Table 3 Experimental conditions and results of Ref. [4]

参数	工况 3	工况 4	工况 5
铅铋温度/K	778	820	778
射流温度/K	298	298	298
射流速度/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	6.9	6.2	4.7
射流直径/mm	6	6	6
半径比 ^①	4	4	4
最大穿透深度 ^② /mm	102.3	98.1	71.2
最不稳定波长 ^① /mm	25.8	28.4	26.9

①根据中子图像测算。

②根据实验结果图提取。

实验无法直接测量界面破碎后的液滴直径,但是可以根据射流破碎前的中子图像测算最不稳定波长 $\lambda_{\max}$ 。如图 12 所示,中子图像中可见清晰的容器底部轮廓,结合底部半圆的实际尺寸,可以得到单幅图像的像素比例尺。再测量 2 个波峰之间的垂直像素距离即可推算出其真实波长。通过类似的方法也可以获取每个工况下的半径比。

图 12 射流破碎前中子图像^[4]Fig. 12 Neutron image of the jet before breakup^[4]

使用该实验验证不稳定性模型时,水、铅铋取 1 个大气压和工况温度下的物性,水蒸气取 1 个大气压下的饱和物性。如小节 1.6 所述,认为铅铋静止,而水蒸气速度为水和铅铋的平均。同时计算水-水蒸气-铅/铅铋的三相不稳定性问题和水-水蒸气的两相不稳定性问题。

3.2 结果和分析

使用不稳定性模型计算得到的无量纲射流长度 L/a 和无量纲最不稳定波长 $\lambda_{\max}/a$, 其与实验值的对比见图 13 和图 14, 图中误差棒表示实验值周围 $\pm 15\%$ 的相对误差范围。由图 13 和图 14 可知,使用两相模型与三相模型的计算结果基本一致,符合小节 2.1 中的厚蒸汽膜近似。工况 3、4、5 中无量纲射流长度与无量纲最不稳定波长随韦伯数的变化趋势,符合小节 2.2 中的讨论。

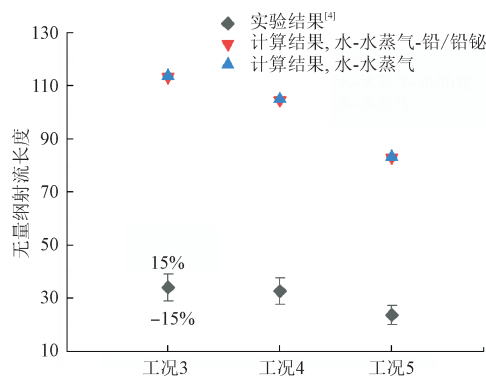


图 13 无量纲射流长度对比

Fig. 13 Comparison of dimensionless jet length

模型预测的无量纲射流长度则与实验值存在显著偏差。根据文献[4]的实验结果分析,实验中的射流属于低弗劳德数的工况,此时射流的最大穿透深度主要受浮力而非射流破碎影响。因此,该模型预测的无量纲射流长度显著高于实验值符合预期。同时也说明,该模型不适用于预测此类竖直射流的长度。

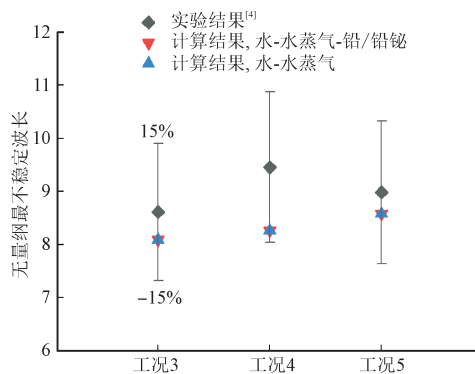


图 14 无量纲最不稳定波长对比

Fig. 14 Comparison of dimensionless most unstable wavelength

模型预测的无量纲最不稳定波长均低于实验值,且偏差不超过 -15% 。其中,工况 3 和 5 的相对误差分别为 -6.0% 和 -4.5% ,而工况 4 的相对误差达到了 -12.6% 。导致这些偏差的可能原因有:

- (1) 根据图像测量的最不稳定波长不准确;
- (2) 对于缺失的实验条件,例如水蒸气的物性和速度,猜测值可能与实际情况存在较大偏差;
- (3) 加速、相变等因素可能导致实际的射流直径小于喷嘴直径,而计算中仍以喷嘴直径作为基准;
- (4) 实验容器在前后方向较为扁平,可能影响了界面微扰的发展,模型假设的圆柱形射流界面与实

际情况存在出入。

总体而言,模型对液滴直径的预测符合较好且偏低,这意味着射流破碎后与铅铋会有更大的接触面积,具有更高的爆炸风险,这对铅冷快堆的 SGTR 事故分析是保守有利的。

4 结 论

本文对铅冷快堆 SGTR 事故中形成的水-水蒸气-铅/铅铋三相系统的界面不稳定性进行了线性分析,得到了微扰的色散方程及其无量纲形式。进一步分析了半径比、韦伯数、密度比、速度比等无量纲量对射流长度和液滴直径的影响,并结合实验对不稳定性模型进行了验证。得到如下的主要结论。

(1)半径比增加时,内外2个界面的相互作用减弱,三相不稳定性分裂为2个独立的两相不稳定性,此时最大增长率较大的界面决定总体的破碎行为。当半径比 $c \geq 3.75$ 时,使用厚蒸汽膜近似可以极大地缩减计算时间,同时不引入显著误差。

(2)当满足分离条件($c \geq 3.75$)时,射流的破碎行为受水-水蒸气界面处的韦伯数和密度比影响。在低韦伯数条件($We_{12} \leq 0.1$)下,无量纲射流长度随韦伯数的增加而增加,无量纲液滴直径基本不随韦伯数变化;在高韦伯数条件($We_{12} > 10$)下,两者都随韦伯数的增加而减小。密度比的增加会使无量纲射流长度增加,但对无量纲液滴的直径基本无影响。

(3)速度比增加时,水-水蒸气界面对三相不稳定性的影响逐渐减小,而水蒸气-铅/铅铋界面的影响则逐渐增加。无量纲射流长度和无量纲射流直径随速度比的增大而先增大后减小,且转折点为速度比大于1。

(4)该不稳定性模型没有考虑重力,因此不适用于预测低弗劳德数条件下垂直射流的长度。模型对最不稳定波长的预测符合较好但总体偏低,这对铅冷快堆 SGTR 事故分析是保守有利的。

综上所述,本文的工作对铅冷快堆 SGTR 事故中的液滴初始直径的预测具有较大应用意义,可以为后续的分析提供基础支撑。在此基础上,本文所研究的三相不稳定性问题仍存在拓展空间,例如,针对文献[4]的实验,发展适用于直角坐标系的理论模型,或将相同的分析框架应用于燃料-冷却剂相互作用问题中。射流头部可能发生的瑞利-泰勒不稳定性及其对射流破碎的影响也值得进一步研究。

参考文献:

- [1] Generation IV International Forum. Annual report 2024 [R]. Paris, France: Generation IV International Forum, 2025.
- [2] WANG Gang. A review of research progress in heat exchanger tube rupture accident of heavy liquid metal cooled reactors [J]. Annals of Nuclear Energy, 2017, 109: 1-8.
- [3] OECD Nuclear Energy Agency. Technology roadmap update for generation IV nuclear energy systems [R]. Paris, France: OECD Nuclear Energy Agency, 2014.
- [4] SIBAMOTO Y, KUKITA Y, NAKAMURA H. Visualization and measurement of subcooled water jet injection into high-temperature melt by using high-frame-rate neutron radiography [J]. Nuclear Technology, 2002, 139(3): 205-220.
- [5] SIBAMOTO Y, KUKITA Y, NAKAMURA H. Small-scale experiment on subcooled water jet injection into molten alloy by using fluid temperature-phase coupled measurement and visualization [J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 2007, 44(8): 1059-1069.
- [6] 陈松徽,程辉,成松柏. SGTR 事故工况下射流行为模拟实验研究 [J]. 工程热物理学报, 2024, 45(4): 955-961.
CHEN Songhui, CHENG Hui, CHENG Songbai. Study of jet behavior under SGTR accident conditions with simulant experiment [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2024, 45(4): 955-961.
- [7] CHEN Songhui, CHENG Songbai, CHENG Hui. Study of bubble migration characteristics in downward flow under SGTR accidents of LFR with similarity experiments [J]. Annals of Nuclear Energy, 2024, 199: 110363.
- [8] PESETTI A, DEL NEVO A, FORGIONE N. Experimental investigation and SIMMER-III code modelling of LBE-water interaction in LIFUS5/Mod2 facility [J]. Nuclear Engineering and Design, 2015, 290: 119-126.
- [9] PESETTI A, FORGIONE N, DEL NEVO A. Water/Pb-Bi interaction experiments in LIFUS5/Mod2 facility modelled by SIMMER code [C]//2014 22nd International Conference on Nuclear Engineering. New York, NY, USA: ASME, 2014: V003T05A009.
- [10] PESETTI A. Experimental and numerical investigation of SGTR event for HLM reactors [D]. Pisa, Italy: University of Pisa, 2016.
- [11] YU Qifan, FANG Yuliang, ZHAO Yafeng, et al. Experimental investigation of pressure fluctuation and

- steam transport under SGTR accident in lead-cooled fast reactors [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2023, 207: 123988.
- [12] WANG Shisheng, FLAD M, MASCHKE W, et al. Evaluation of a steam generator tube rupture accident in an accelerator driven system with lead cooling [J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2008, 50(2/6): 363-369.
- [13] 张朝东. 蒸汽发生器管道破裂对铅基堆热工安全特性影响分析研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2018.
- [14] 柯严. 聚变驱动次临界堆瞬态安全分析研究 [D]. 合肥: 中国科学院等离子体物理研究所, 2006.
- [15] YUAN Junjie, LIU Li, BAO Ruiqi, et al. Numerical simulation of jet boiling characteristics of high-pressure water injected into high-temperature liquid lead-bismuth in a confined space [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2024, 250: 123432.
- [16] 刘莉, 袁俊杰, 顾汉洋, 等. 铅铋快堆 SGTR 事故下高压过冷水注入高温铅铋合金流动传热数值模拟研究 [J]. *核动力工程*, 2023, 44(4): 55-64.
- LIU Li, YUAN Junjie, GU Hanyang, et al. Numerical study on flow and heat transfer of high-pressure sub-cooled water injection into high-temperature lead-bismuth alloy under lead-bismuth cooled fast reactor SGTR accident [J]. *Nuclear Power Engineering*, 2023, 44(4): 55-64.
- [17] 刘达霖, 刘晓晶, 黄彦平, 等. 铅水反应中铅铋合金凝固的数值模拟 [J]. *核动力工程*, 2022, 43(3): 7-14.
- LIU Dalin, LIU Xiaojing, HUANG Yanping, et al. Numerical simulation of lead-bismuth alloy solidification in lead-water reaction [J]. *Nuclear Power Engineering*, 2022, 43(3): 7-14.
- [18] 罗皓天, 刘莉, 袁俊杰, 等. 气泡在液态铅铋金属中的运动特性及曳力系数模型研究 [J]. *核技术*, 2024, 47(6): 129-140.
- LUO Haotian, LIU Li, YUAN Junjie, et al. Motion characteristics and drag coefficient of bubbles in liquid lead-bismuth eutectic [J]. *Nuclear Techniques*, 2024, 47(6): 129-140.
- [19] 辜峙铤, 余红星, 黄代顺, 等. 铅铋堆蒸汽发生器传热管破裂事故下铅铋-水相互作用程序开发及验证 [J]. *原子能科学技术*, 2023, 57(7): 1406-1415.
- GU Zhixing, YU Hongxing, HUANG Daishun, et al. Code development and verification of LBE-water interaction under steam generator tube rupture accident for LBE-cooled reactor [J]. *Atomic Energy Science and Technology*, 2023, 57(7): 1406-1415.
- [20] 辜峙铤, 余红星, 黄代顺, 等. 铅铋堆蒸汽发生器传热管破裂事故三维程序开发及验证 [J]. *核动力工程*, 2023, 44(4): 226-233.
- GU Zhixing, YU Hongxing, HUANG Daishun, et al. Development and verification of 3D code for steam generator tube rupture accident of LBE-cooled reactor [J]. *Nuclear Power Engineering*, 2023, 44(4): 226-233.
- [21] ISKHAKOV A S, MELIKHOV V I, MELIKHOV O I. Hugoniot analysis of energetic molten lead-water interaction [J]. *Annals of Nuclear Energy*, 2019, 129: 437-449.
- [22] YAKUSH S E, ISKHAKOV A S, MELIKHOV V I, et al. Pressure waves due to rapid evaporation of water droplet in liquid lead coolant [J]. *Science and Technology of Nuclear Installations*, 2018, 2018(1): 3087051.
- [23] FINOSHKINA D, MELIKHOV O, MELIKHOV V. Evaluation of melt-water premixture formation due to hydrodynamic instabilities [C]//30th International Conference Nuclear Energy for New Europe. Ljubljana, Slovenia; Nuclear Society of Slovenia, 2021: 412.1-412.8.
- [24] FINOSHKINA D V, MELIKHOV O I. Validation of the model of water jet breakup in liquid metal [C]//2022 4th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE). Piscataway, NJ, USA; IEEE, 2022: 1-6.
- [25] LEVICH V G. *Physicochemical hydrodynamics* [M]. Englewood Cliffs, NJ, USA; Prentice-Hall, Inc, 1962.
- [26] MELIKHOV V I, MELIKHOV O I, YAKUSH S E. *Fluid mechanics and thermal physics of steam explosions* [M]. Moscow, Russia; IPMech RAS, 2020.

(编辑 刘懿莹)